

**Задача 1.** Найти объём треугольной пирамиды  $BCDE$  через смешанное произведение, где координаты точек  $B(4, 5, 7)$ ,  $C(1, 3, 2)$ ,  $D(1, 2, 2)$  и  $E(7, 8, -11)$ .

*Решение:*

Объём параллелепипеда иначе можно посчитать как площадь основания, умноженную на длину высоты. На те же три вектора вместо параллелепипеда можно натянуть треугольную пирамиду. У пирамиды объём составляет  $1/3$  площади основания пирамиды, умноженной на высоту пирамиды. В этой ситуации длины высот пирамиды и параллелепипеда равны, а основание пирамиды по площади в 2 раза меньше (треугольник – половина параллелограмма). Поэтому объём пирамиды будет в 6 раз меньше объёма соответствующего параллелепипеда. Поэтому для нахождения объёма пирамиды достаточно разделить на 6 модуль смешанного произведения трёх векторов из одной её вершины в остальные.

$$\vec{BE} = \vec{E} - \vec{B} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ -11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -18 \end{bmatrix}$$

$$\vec{BD} = \vec{D} - \vec{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\vec{BC} = \vec{C} - \vec{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Вычислить смешанное произведение трёх векторов можно, подсчитав определитель матрицы, в которой в первой строчке стоят координаты первого вектора, во второй – второго, а в третьей – координаты третьего вектора.

Подсчитаем определитель соответствующей матрицы:

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 & -5 \\ -3 & -3 & -5 \\ 3 & 3 & -18 \end{vmatrix} = (-3) \cdot (-3) \cdot (-18) + (-2) \cdot (-5) \cdot 3 + (-3) \cdot 3 \cdot (-5) - 3 \cdot (-3) \cdot (-5) - (-3) \cdot (-2) \cdot (-18) - 3 \cdot (-5) \cdot (-3)$$

$$= -162 + 30 + 45 - 45 + 108 - 45 = -69.$$

Поэтому смешанное произведение  $(\vec{BC}, \vec{BD}, \vec{BE}) = -69$ . Отсюда объём пирамиды равен  $23/2$ .

**Ответ:** объём треугольной пирамиды равен  $23/2$ .

Решение выполнено автоматически.

По вопросам ввода данных и оплаты обращайтесь к Flash.

Программу – учебное пособие разработал Артём Берликов.