

## Контрольная работа №1 (2009-2010 учебный год.)

### Задание 1.

Рассмотрим функцию  $f(x) = x^3 - (3(b+1)+a)x + b + 1$ , где  $a, b$  — последние цифры шифра студента в порядке слева направо.

- Провести математическое исследование графика функции  $f(x)$ . Построить эскиз графика функции.
- Изолировать нули функции  $f(x)$ , т.е. найти интервалы, на которых  $f(x)$  меняет знак. Должно получиться три интервала. Обозначим их как  $(a_1, b_1)$ ,  $(a_2, b_2)$ ,  $(a_3, b_3)$ . На каждом интервале сделать 4 шага методом половинного деления. Результаты оформить в виде таблицы:

	$(a_1, b_1)$	$(a_2, b_2)$	$(a_3, b_3)$
1-й шаг	$(a_1^1, b_1^1)$	$(a_2^1, b_2^1)$	$(a_3^1, b_3^1)$
2-й шаг	$(a_1^2, b_1^2)$	$(a_2^2, b_2^2)$	$(a_3^2, b_3^2)$
3-й шаг	$(a_1^3, b_1^3)$	$(a_2^3, b_2^3)$	$(a_3^3, b_3^3)$
4-й шаг	$(a_1^4, b_1^4)$	$(a_2^4, b_2^4)$	$(a_3^4, b_3^4)$

- Найти приближённые значения корней методом Ньютона (касательных). В качестве начальных приближений брать середины найденных выше интервалов  $(a_1^4, b_1^4)$ ,  $(a_2^4, b_2^4)$ ,  $(a_3^4, b_3^4)$ . Сделать по 2 шага.

Все вычисления должны проводиться с точностью не менее 5 знаков после запятой.

### Задание 2.

Рассмотрим матрицы

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} -a - 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & b + 1 & 0 \\ 0 & 0 & c + 1/2 \end{pmatrix},$$

где  $a, b, c$  — последние цифры шифра студента в порядке слева направо.

- Найти обратную матрицу  $P^{-1}$  и вычислить произведение матриц:  $W = P \cdot R \cdot P^{-1}$ ;
- Найти  $\det W$  методом Гаусса;
- Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выделением главного элемента по столбцам

$$W \cdot x = b, \quad \text{где } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Все вычисления проводятся точно, без округления. Например, если на каком-то этапе вычислений вы получите  $\frac{17}{3}$ , то в таком виде и оставляйте, а не записывайте  $\frac{17}{3} \approx 5,66667$ .

### Задание 3.

Дана таблица экспериментальных данных  $y = f(x)$ :

$x$	1	2	3	4	5
$y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$

Здесь  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 2 + a/10$ ,  $y_3 = 3 + b/10$ ,  $y_4 = 4 + c/10$ ,  $y_5 = 5 + d/10$ , где  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  – последние цифры шифра студента в порядке слева направо. Например, пусть шифр студента 2574, тогда  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 2,2$ ,  $y_3 = 3,5$ ,  $y_4 = 4,7$ ,  $y_5 = 5,4$ .

- Предполагая, что зависимость линейная, т.е.  $y = \alpha x + \beta$ , найти  $\alpha$  и  $\beta$  методом наименьших квадратов.
- На одном и том же листе миллиметровки нанести точки таблицы и построить график полученной прямой.

Все вычисления проводятся с точностью: 5 знаков после запятой.

### Литература.

1. Турчак Л.И. *Основы численных методов*. – М.: Наука, 1987.
2. Турчак Л.И., Плотников П.В. *Основы численных методов*. – М.: Физматлит, 2003.
3. Методические указания. *Численные методы*, части 1,2,3. СПбГУНиПТ, 2003, шифр: Д 5493/1П, Д 5493/2П, Д 5493/3П.
4. Кафедраальный конспект в pdf-формате.