

Задание 1.

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных приведены со всеми верными цифрами. Записать результат с учетом погрешности. Определить количество верных цифр у результата.

N	Z	N	Z
1	$1.0^4 - 0.45^3 - 1.7$	2	$2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$
3	$2^{0.5} - 0.88^2 + 2.88 = 0$	4	$20.295 \arcsin(9.65/9.95)$
5	$3.7(\cos(3.7 \cdot 1.7))^2 \sin(1.7)$	6	$(\sqrt{1.03} - \sqrt{2.4} - \sqrt{3.52})^2$
7	$\sqrt[3]{15.0} - 8.09 \cdot 8.766$	8	$1.06e^{2.252} - 1.3e^{1.06}$
9	$3^{-0.4} - (2.44 + 0.44)^3$	10	$\sqrt{\sin(0.895)} - \cos(0.7 + 1.7)$
11	$\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$	12	$\frac{1}{9.687^3} - 4.0 - 2.587^2$
13	$\frac{2.2}{0.84} - \ln(1.354)$	14	$\ln(3.18 - 1.0) - 2^{1.55}$
15	$(\sqrt{10.1} + 1.423)^2 \cos(0.16)$	16	$\log_2 2.01 - 2^{-1.006+2.0}$
17	$\sin(e^{2.15} - \sqrt{2.51}) + \sqrt{6.523}$	18	$e^{1.64} - 3^{-0.88} + 3.4$
19	$\ln 2.718 - 4.0 + 0.66^2$	20	$3.1^3 - 0.50^2 + 1.418$
21	$(\sin(2.1) + \cos(1.512))e^{0.536}$	22	$2.864 - \ln 12.1 - \sqrt{2.001}$
23	$0.5e^{2.45} + 6.061e^{-2.45}$	24	$\ln(\cos(0.25 + 0.52 + \sqrt{0.25 \cdot 0.52}))$
25	$5.05^2 - 0.21 - \frac{1}{1.718}$	26	$e^{0.22+1.22}/\sqrt{0.429}$
27	$\frac{1}{2.15} - e^{2.40} + 1.808$	28	$\sin(\ln 2.8 - 0.444)10.5$
29	$\sqrt{8^3} + 15.1^3 + 50.5$	30	$1.25^3 + 1.687 - 2.2^2$

Задание 2.

Определить, в какой из точек, $a = 2$ или $b = 4$, функция $f(x)$ лучше обусловлена с точки зрения относительной погрешности.

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$x^4 - 2x^3 - 1$	2	$\sqrt{x-1} - x + 4$	3	$2^x - x^2 + 2x$
4	$e^x - x^2 + 6x$	5	$e^x - (x-3)^2 + 2$	6	$\sin x - 2x + 4$
7	$\sin x - \sqrt{x-1}$	8	$e^x + x + 1$	9	$3^x + (x-2)^3$
10	$\cos x + (x-0.5)^3$	11	$\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x$	12	$\frac{1}{x^2} + 3 - x$
13	$\frac{1}{2+x} - \ln(x+1)$	14	$\ln(x-1) - 2^{1-x}$	15	$e^{-x} - 2x - 4$
16	$\log_2 x - 2^{-x}$	17	$e^x + x - 2$	18	$e^x - 3^{-x} + 3$
19	$\ln x - 4 + x^2$	20	$x^3 - x^2 + 2x - 1$	21	$\sin x - x + 3$
22	$2 - \ln x - \sqrt{x+2}$	23	$e^x + 2x - 2$	24	$\ln(x+1) + x^2 - 3$
25	$x^2 - 3x - \frac{1}{x+1}$	26	$e^x - x^2 + 3x$	27	$\frac{1}{x} - e^{x+2} + 1$
28	$\cos x - 3x - 3$	29	$e^{-x} - (x+2)^2 + 2$	30	$x^3 + x - 3$

Задание 3.

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью 0.01. Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью $\varepsilon = 0.0001$. Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности ε число итераций. Функция $f(x)$ дана в задании 2.

Задание 4.

Дан многочлен третьей степени $P(x) = x^3 + bx^2 + c$. Методом Ньютона найти действительный корень многочлена, расположенный на интервале $(-3, 0)$, с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c
1	-1	30	7	-7	24	13	-13	18	19	-19	12	25	-25	6
2	-2	29	8	-8	23	14	-14	17	20	-20	11	26	-26	5
3	-3	28	9	-9	22	15	-15	16	21	-21	10	27	-27	4
4	-4	27	10	-10	21	16	-16	15	22	-22	9	28	-28	3
5	-5	26	11	-11	20	17	-17	14	23	-23	8	29	-29	2
6	-6	25	12	-12	19	18	-18	13	24	-24	7	30	-30	1

Задание 5.

Вычислить нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_e$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A и нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b.

N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	-1 0 -1 -1	-1.2 -1.6	2	2 -0 1 -1	1.8 -1.6	3	-2 1 -2 -1	1.2 -2	4	0 -2 1 2	-1 2.1	5	-2 -2 0 -2	-2.5 1.6
6	2 -1 1 2	1 0.6	7	1 1 -1 -2	-2.1 0	8	-1 1 -1 -2	-0.5 1.2	9	1 2 0 1	0.0 0.1	10	0 -2 1 0	-0.1 3
11	-1 1 0 2	-2 2	12	0 -3 -2 -2	4 1	13	0 -1 1 1	-1.5 1.7	14	0 -2 1 -2	-0.9 0.6	15	1 -1 0 -2	0.5 0.5
16	2 -2 -2 -1	1 1	17	1 2 1 -1	-1 -1	18	-1 2 1 0	-3.0 2	19	2 0 -2 2	-0.5 -1.6	20	-2 0 2 3	-1.4 2.2
21	-2 -1 0 -1	0.5 1.1	22	2 1 2 -1	-10 16	23	-3 -2 2 -1	2 4	24	0 -3 1 -1	-2 0	25	0 2 -1 -1	3 0.7
26	2 1 0 2	2.5 0	27	1 -1 0 -1	0.0 1	28	0 2 1 -2	1.3 1.2	29	1 1 0 -1	-1.5 -1.6	30	1 1 0 -1	-0.5 -0.6

Задание 6.

Определить погрешность решения СЛАУ $Ax = b$, если элементы матрицы A заданы точно, а вектора правых частей b получены в результате округления. Матрица A и вектор b даны в задании 5.

Задание 7.

Решить систему $Ax = b$ методом Гаусса.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	-5 -4 -6 -6 -25 -22 -26 -32 -25 -30 -16 -46 -15 -18 -24 -39	1 1 -9 19	2	6 0 -2 -10 -54 9 11 80 -6 -81 56 92 -18 27 39 54	-2 20 -25 66	3	4 -6 -2 -8 28 -39 -24 -53 20 -6 -81 -12 -32 18 71 17	-4 -15 75 -53
4	-2 1 8 3 -8 8 41 9 10 -1 -40 -20 16 -24 -73 -11	-10 -49 50 89	5	1 -1 -2 -8 -7 12 21 47 3 27 37 -73 -7 -43 -50 170	-3 33 64 -93	6	-2 3 5 -10 -18 29 51 -91 2 -5 -18 13 -18 15 58 -107	-2 -22 13 43
7	-6 -7 -2 9 -48 -55 -19 69 36 39 26 -37 54 63 18 -78	-4 -29 10 36	8	7 5 9 -5 63 42 87 -55 -49 -5 -129 126 -42 -51 12 -6	14 129 -134 -39	9	8 5 -7 -2 -40 -32 28 18 0 -35 -44 32 48 2 -151 -45	12 -60 9 153
10	-10 2 -5 -9 10 -3 -1 0 20 -4 13 25 -40 3 -62 -113	-5 11 7 22	11	5 4 -4 1 10 16 -1 0 -20 -40 -6 -3 40 16 -44 17	0 15 -46 -28	12	-7 4 5 3 -14 1 7 1 28 5 -3 1 -7 -45 32 -50	-1 -6 8 -77
13	1 -4 3 -2 -8 23 -20 25 -7 109 -63 -61 -4 -2 8 12	-1 12 56 -12	14	6 4 -10 5 36 19 -70 34 42 58 -12 1 -54 -51 46 -107	-6 -51 46 -5	15	9 -8 9 -10 -18 18 -21 20 36 -26 29 -34 -36 36 -42 42	-17 39 -55 78
16	1 -9 -4 8 -4 32 18 -23 -6 86 -1 -119 -8 56 -23 -16	5 -22 -5 15	17	-10 1 6 8 -90 12 63 77 80 -26 -98 -87 -50 32 107 87	7 75 -124 139	18	9 -1 -3 -4 36 -12 -20 -26 81 -17 -31 -50 -27 43 81 32	2 8 14 -38
19	-9 -8 7 -10 -18 -8 4 -28 63 -24 60 145 -36 24 12 -117	-16 -22 3 -48	20	-5 4 7 0 25 -13 -44 -6 15 44 -94 -43 0 -35 47 13	11 -57 -50 12	21	5 -5 7 8 20 -30 35 40 25 75 -36 -37 -15 55 -40 -86	-12 -75 111 95
22	-8 -2 -2 -2 -56 -9 -7 -16 -56 -59 -70 5 40 45 80 -11	-6 -49 14 -40	23	3 6 5 8 -9 -25 -10 -29 -9 -32 -10 -30 15 37 50 20	11 -35 -42 87	24	8 1 9 5 40 2 35 15 -72 18 11 50 -24 -24 -109 -116	-8 -33 7 85
25	-10 3 3 6 -10 0 9 12 30 18 -55 -81 -70 18 75 -11	-13 -19 85 -145	26	-1 9 -6 6 -1 0 -8 -3 0 -72 -7 -75 6 36 137 31	3 -8 -79 173	27	2 -5 6 -1 8 -21 14 -1 -20 59 33 -19 -12 30 -18 -12	-11 -35 26 48

Задание 9.

Решить систему $Ax = b$ методом прогонки.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	6 -3 0 0 0 -2 16 -6 0 0 0 1 10 -5 0 0 0 -3 10 3 0 0 0 4 7	-24 -82 -155 117 29	2	4 2 0 0 0 1 11 5 0 0 0 5 19 -5 0 0 0 -3 16 -5 0 0 0 -3 5	4 -26 -3 119 -24	3	8 -4 0 0 0 -1 4 1 0 0 0 -5 17 4 0 0 0 -6 14 1 0 0 0 3 5	-32 -16 83 121 32
4	4 2 0 0 0 5 13 2 0 0 0 -6 16 2 0 0 0 -6 14 2 0 0 0 4 7	18 -24 76 -38 -25	5	4 2 0 0 0 -1 9 4 0 0 0 -1 2 -1 0 0 0 -4 9 -1 0 0 0 -2 4	-26 -69 0 -59 42	6	2 1 0 0 0 3 8 -1 0 0 0 4 16 4 0 0 0 -6 22 -6 0 0 0 -5 8	-23 -63 -92 -14 2
7	8 -5 0 0 0 -5 10 1 0 0 0 -4 12 -2 0 0 0 -1 11 -5 0 0 0 -5 8	-29 -38 -76 52 -20	8	2 1 0 0 0 -3 14 5 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 -6 12	14 26 -9 7 120	9	2 -1 0 0 0 -3 9 2 0 0 0 4 10 1 0 0 0 3 11 -3 0 0 0 -6 12	-11 38 -63 -84 126
10	2 -1 0 0 0 -5 12 -1 0 0 0 -4 17 5 0 0 0 -5 14 2 0 0 0 -2 4	-26 126 -67 72 -46	11	7 4 0 0 0 5 18 5 0 0 0 5 14 -2 0 0 0 -6 16 3 0 0 0 -4 7	-29 50 31 -166 12	12	7 4 0 0 0 -5 18 -4 0 0 0 -5 18 5 0 0 0 4 17 5 0 0 0 -6 11	-10 -78 -180 -157 3
13	10 -6 0 0 0 -4 8 -1 0 0 0 -6 17 -3 0 0 0 -1 7 3 0 0 0 -4 8	-36 -34 11 -7 -92	14	4 2 0 0 0 -6 16 3 0 0 0 1 4 -2 0 0 0 -5 18 -5 0 0 0 1 2	-32 92 2 107 -14	15	6 -3 0 0 0 4 10 -2 0 0 0 -4 14 3 0 0 0 3 9 2 0 0 0 5 8	60 22 -19 54 97
16	2 1 0 0 0 -1 11 5 0 0 0 5 21 -6 0 0 0 0 2 -2 0 0 0 2 4	1 87 211 -36 12	17	5 3 0 0 0 -6 22 5 0 0 0 5 13 -2 0 0 0 -5 11 -1 0 0 0 1 2	54 175 129 -33 19	18	8 4 0 0 0 1 6 -3 0 0 0 3 14 5 0 0 0 3 12 -4 0 0 0 -2 4	-8 -65 7 1 -2
19	7 4 0 0 0 3 10 3 0 0 0 5 12 -1 0 0 0 -1 9 -4 0 0 0 3 5	-110 -148 -122 14 -10	20	4 2 0 0 0 1 6 3 0 0 0 5 18 5 0 0 0 -3 7 -1 0 0 0 4 7	-40 -6 95 7 5	21	2 -1 0 0 0 -4 16 4 0 0 0 5 15 3 0 0 0 -2 15 -6 0 0 0 -2 4	-24 172 58 -147 22
22	2 -1 0 0 0 3 15 -5 0 0 0 0 3 -2 0 0 0 5 18 -4 0 0 0 -5 10	-12 -72 -13 -143 -35	23	6 3 0 0 0 1 2 1 0 0 0 -4 12 -3 0 0 0 -6 22 5 0 0 0 -2 4	21 15 -54 -77 -32	24	8 -4 0 0 0 -1 3 1 0 0 0 5 10 1 0 0 0 0 7 4 0 0 0 -3 6	-108 37 63 88 24
25	5 -3 0 0 0 3 10 -3 0 0 0 -2 5 1 0 0 0 2 14 5 0 0 0 -4 7	-12 84 2 -90 -22	26	10 -5 0 0 0 1 11 5 0 0 0 2 4 -1 0 0 0 0 6 4 0 0 0 -3 5	115 -24 27 -34 10	27	5 -3 0 0 0 1 5 -2 0 0 0 -3 6 -1 0 0 0 4 14 3 0 0 0 -1 2	10 12 40 1 -13
28	4 2 0 0 0 -5 12 -1 0 0 0 4 11 2 0 0 0 5 22 -6 0 0 0 4 8	-14 10 -83 -21 -52	29	10 -5 0 0 0 -4 17 -5 0 0 0 -4 15 4 0 0 0 5 17 4 0 0 0 -1 2	30 -177 77 -59 -18	30	12 -6 0 0 0 2 12 5 0 0 0 -1 14 -6 0 0 0 0 8 -4 0 0 0 4 8	-18 154 49 56 68

Задание 10.

Решить систему уравнений $Ax = b$ с точностью 0.05 методами: 1) простой итерации; 2) Зейделя.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A			b	N	A			b	N	A			b
1	1	-6	45	1	2	84	3	0	1	3	-9	142	8	1
	108	9	7	1		-9	117	-1	1		8	3	113	1
	-5	90	4	1		6	2	102	1		70	-8	-5	1
4	0	-7	95	1	5	4	132	-10	1	6	-2	89	2	1
	70	-1	-8	1		106	-9	-2	1		2	1	48	1
	5	116	4	1		0	-2	54	1		63	0	6	1
7	95	-6	-2	1	8	138	-8	-7	1	9	0	8	92	1
	1	87	-1	1		2	40	0	1		-10	72	0	1
	-8	0	104	1		-10	8	125	1		74	1	-4	1
10	-1	99	-9	1	11	-10	4	91	1	12	5	100	-3	1
	6	-2	92	1		0	28	-1	1		179	-10	-9	1
	85	5	3	1		100	-2	-6	1		-9	9	178	1
13	2	85	5	1	14	0	-7	104	1	15	8	3	76	1
	2	9	111	1		133	8	-7	1		99	6	-7	1
	105	6	6	1		-2	68	0	1		1	92	8	1
16	85	-5	-3	1	17	-5	-8	124	1	18	55	3	6	1
	4	128	-8	1		-4	124	6	1		6	8	101	1
	-8	-3	136	1		76	-3	-6	1		-8	118	-2	1
19	-2	53	4	1	20	0	46	-9	1	21	9	97	0	1
	3	-3	116	1		90	8	-8	1		4	-9	132	1
	23	-1	1	1		7	1	107	1		129	9	-7	1
22	-5	58	7	1	23	-5	4	97	1	24	-1	-5	76	1
	-2	8	100	1		3	117	6	1		134	-7	-8	1
	90	4	3	1		170	-10	-9	1		3	137	9	1
25	-4	-8	79	1	26	110	9	-5	1	27	-3	78	7	1
	151	7	-8	1		-8	1	109	1		4	4	68	1
	-4	143	-9	1		-10	118	5	1		105	8	4	1
28	81	2	5	1	29	-3	63	-1	1	30	-9	109	0	1
	-9	3	90	1		-3	5	89	1		-2	3	56	1
	5	115	-8	1		71	-3	5	1		58	-6	-5	1

Задание 11.

Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений $Ax = b$. В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Проверить выполнение достаточного условия сходимости, сопоставить с графиком.

N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b					
1	3	3	6	2	5	4	15	3	4	4	20	4	4	5	20	5	5	1	25
	3	4	12		5	5	25		4	5	25		4	5	4	8		1	3
6	5	4	5	7	5	2	5	8	4	3	12	9	4	3	8	10	3	3	15
	4	5	20		2	5	20		3	3	12		3	4	8		3	2	6
11	1	1	4	12	4	2	4	13	2	1	6	14	1	3	3	15	3	1	9
	3	1	2		2	4	20		2	2	2		3	1	3		1	3	6
16	2	1	8	17	1	1	3	18	1	4	5	19	2	1	10	20	3	4	15
	1	2	8		3	1	5		4	1	5		2	2	6		4	3	6
21	5	1	25	22	4	4	8	23	1	2	4	24	2	5	2	25	5	3	15
	1	5	10		4	2	6		2	2	4		5	2	10		3	5	20
26	2	4	10	27	4	2	8	28	4	3	16	29	-4	4	-20	30	2	5	10
	4	2	8		4	4	20		3	4	12		4	4	12		5	5	10

Задание 12.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2	2	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4
	y	2,8	3,1	-0,6	-4,2	-6,7		y	1	-0,7	-1	-4,4	-6
3	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6	4	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4
	y	3,5	3,2	1,7	0	-3		y	0,1	2,5	5,9	6,7	9,4
5	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6	6	x	-3	-1,5	0	1,5	3
	y	0,4	2,6	5	6,9	9		y	-3,5	-1,5	1,7	1,7	4,5
7	x	-2	-1	0	1	2	8	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6
	y	-3,4	-3,8	-6	-6,7	-8,6		y	0,1	3,7	4,3	6,9	7,7
9	x	-3	-1,5	0	1,5	3	10	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8
	y	3,7	6,7	6,7	9,1	9,7		y	2,7	4,3	6,8	10	10,4
11	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4	12	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	1,5	1,5	-1	-4	-4		y	-3,3	-1,4	-0,5	2,1	5,5
13	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6	14	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6
	y	-2,7	-5,9	-9,4	-13,1	-13,7		y	-2,6	-6,4	-7	-8,3	-8,9
15	x	-1	-0,5	0	0,5	1	16	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6
	y	2,1	6	7	7,7	8,5		y	2,9	3,3	-0,3	-2,5	-3,1
17	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6	18	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	1,8	4,3	5,2	6	7,3		y	-1,7	-3,2	-6,1	-9,3	-12
19	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	20	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4
	y	3,4	3,1	-0,7	-2,3	-4,9		y	-2,3	-2,1	-2	-4,6	-8,5
21	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	22	x	-4,2	-2,1	0	2,1	4,2
	y	1,6	4,5	5	3,8	0		y	-3,2	-4,4	-8,1	-9,1	-11,5
23	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8	24	x	-1	-0,5	0	0,5	1
	y	-3,7	-7,1	-6,6	-2,8	-2,5		y	-3,5	-1,3	-0,8	-3,1	-3,3
25	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2	26	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4
	y	0,3	4,2	1,2	-2	-5,9		y	-0,7	-2,6	-3,5	-4,7	-8
27	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	28	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8
	y	-3,4	-1	1,5	0	-1,5		y	-1,4	0,9	2,3	2,3	0,8
29	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8	30	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	-2,2	0,6	1,7	4,3	5,5		y	-3,3	-3,6	-7	-5,7	-3,1

Задание 13.

Ввести нормальную систему уравнений для определения коэффициентов a , b , c функции $g(x) = a\varphi_0(x) + b\varphi_1(x) + c\varphi_2(x)$, осуществляющей среднеквадратичную аппроксимацию таблично заданной функции $y(x)$. Значения y_0, \dots, y_n функции $y(x)$ в $n + 1$ точках x_0, \dots, x_n считать известными.

N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	$\varphi_2(x)$	N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	$\varphi_2(x)$
1	1	e^x	e^{-x}	2	$1/x$	$1/x^2$	1
3	$\operatorname{tg} x$	1	$\operatorname{ctg} x$	4	$\operatorname{tg} x$	$\sin x$	$\cos x$
5	$\operatorname{ctg} x$	1	$\sin x$	6	$1/\sqrt{x}$	$1/x$	\sqrt{x}
7	$\ln(1+x)$	$1+x$	1	8	2^x	e^x	3^x
9	4^x	2^{-x}	2^x	10	x	x^3	x^5
11	1	x^2	x^4	12	1	$1/x^2$	$1/x^4$
13	1	x	$\sqrt[3]{x}$	14	$\sqrt{x+1}$	x	$(x+1)^2$
15	x^2	\sqrt{x}	$1/x$	16	$x+2$	$(x+2)^2$	$1/(x+2)$
17	x	$\sin x$	$\operatorname{ctg} x$	18	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	x
19	$x \operatorname{tg} x$	$1/x$	$\cos x$	20	1	e^x	e^{2x}
21	$x^2 - 1$	$1/(x+1)$	$1/(x-1)$	22	\sqrt{x}	$\sqrt[3]{x}$	$\sqrt[4]{x}$
23	$\log_2 x$	$\log_3 x$	$\log_4 x$	24	x	2^x	4^{-x}
25	$\ln x$	$1/x$	x^2	26	$\sin x$	$\ln x$	1
27	\sqrt{x}	e^x	$1/x$	28	e^{x-1}	1	e^{x+1}
29	$\ln x$	e^x	$1+x$	30	$1/x$	$1/x^3$	$1/x^5$

Задание 14.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке x_0 .

N	таблица				x_0	N	таблица				x_0	N	таблица				x_0
1	x	5	6	7	5,19	2	x	3	4	5	3,38	3	x	-4	-3	-2	-4,15
	y	3	0	-5			y	1	0	-4			y	0	2	-2	
4	x	2	3	4	2,36	5	x	-1	0	1	-0,66	6	x	-1	0	1	-0,8
	y	-5	-5	0			y	-4	0	2			y	-4	0	-4	
7	x	-4	-3	-2	-3,22	8	x	-1	0	1	-0,69	9	x	-4	-3	-2	-3,9
	y	0	4	-1			y	0	-1	-1			y	4	0	-2	
10	x	-3	-2	-1	-2,8	11	x	-3	-2	-1	-2,65	12	x	4	5	6	4,55
	y	0	2	2			y	0	-4	-1			y	4	0	2	
13	x	-1	0	1	-0,85	14	x	-2	-1	0	-1,66	15	x	3	4	5	4,14
	y	1	4	0			y	2	0	3			y	-4	0	-1	
16	x	-1	0	1	-0,49	17	x	-3	-2	-1	-2,3	18	x	-2	-1	0	-1,3
	y	0	3	-1			y	0	-5	-2			y	4	0	3	
19	x	3	4	5	3,12	20	x	-5	-4	-3	-4,57	21	x	-1	0	1	-0,13
	y	0	-3	3			y	0	-3	2			y	0	-5	3	
22	x	-2	-1	0	-1,16	23	x	4	5	6	4,18	24	x	-3	-2	-1	-2,6
	y	1	0	4			y	2	0	-5			y	0	-1	1	
25	x	-2	-1	0	-1,55	26	x	4	5	6	4,48	27	x	4	5	6	5,18
	y	-2	0	-1			y	3	0	2			y	-3	0	1	
28	x	2	3	4	2,24	29	x	3	4	5	3,81	30	x	3	4	5	4,35
	y	1	0	-5			y	-1	0	2			y	0	-2	4	

Задание 15.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционный многочлен Ньютона. С его помощью вычислить приближенное значение функции в точке x_0 и дать практическую оценку погрешности. Записать результат с учетом погрешности

N	таблица						x_0	N	таблица						x_0	N	таблица						x_0
1	x	3	5	6	7	9	5,19	2	x	1	3	4	5	7	3,38	3	x	-6	-4	-3	-2	0	-4,15
	y	3	1	0	-5	0			y	1	0	-4	2	1			y	0	4	2	-2	0	
4	x	0	2	3	4	6	2,36	5	x	-3	-1	0	1	3	-0,66	6	x	-3	-1	0	1	3	-0,8
	y	-5	-5	-1	0	-1			y	-4	-5	-2	0	2			y	-1	-2	-4	0	-4	
7	x	-6	-4	-3	-2	0	-3,22	8	x	-2	0	1	2	4	-0,69	9	x	-6	-4	-3	-2	0	-3,9
	y	-5	-2	0	4	-1			y	0	-1	-1	-2	-3			y	4	0	1	-2	4	
10	x	-4	-2	-1	0	2	-2,8	11	x	-5	-3	-2	-1	1	-2,65	12	x	3	5	6	7	9	4,55
	y	-6	0	2	2	1			y	0	-4	-3	-1	-1			y	4	3	0	1	2	
13	x	-2	0	1	2	4	-0,85	14	x	-4	-2	-1	0	2	-1,66	15	x	2	4	5	6	8	4,14
	y	1	2	4	0	-5			y	2	4	5	0	3			y	-4	-4	0	0	-1	
16	x	-2	0	1	2	4	-0,49	17	x	-5	-3	-2	-1	1	-2,3	18	x	-3	-1	0	1	3	-1,3
	y	-2	0	3	1	-1			y	4	2	0	-5	-2			y	4	2	3	0	3	
19	x	1	3	4	5	7	3,12	20	x	-6	-4	-3	-2	0	-4,57	21	x	-2	0	1	2	4	-0,13
	y	0	-3	2	2	3			y	0	-3	4	2	1			y	0	3	1	-5	3	
22	x	-4	-2	-1	0	2	-1,16	23	x	3	5	6	7	9	4,18	24	x	-5	-3	-2	-1	1	-2,6
	y	1	1	0	4	1			y	2	1	0	-3	-5			y	0	-1	0	1	1	
25	x	-3	-1	0	1	3	-1,55	26	x	2	4	5	6	8	4,48	27	x	3	5	6	7	9	5,18
	y	-2	1	0	-1	4			y	3	1	0	-3	2			y	-3	-4	1	0	1	
28	x	1	3	4	5	7	2,24	29	x	1	3	4	5	7	3,81	30	x	2	4	5	6	8	4,35
	y	-5	1	1	0	-5			y	-1	1	2	0	2			y	2	1	0	-2	4	

Задание 19.

Вычислить приближенное значение интеграла $\int_a^b f(x) dx$, используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом $h = 0.4$; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами $h = 0.4$ и $h = 0.2$; оценить погрешность последнего результата по формуле Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом $h = 0.4$.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b
1	$\cos(e^{-\sqrt{x}})$	2,4	4	2	$e^{-\cos x}$	4	5,6	3	$e^{0.3x^2}$	4,4	6
4	$x \cos \sqrt{x}$	3,5	5,1	5	$\sqrt[3]{2 - \cos x}$	2,8	4,4	6	$x \operatorname{arctg} x$	4,2	5,8
7	$e^{\sin(1/x)}$	4,3	5,9	8	$\cos(1/x)$	4,4	6	9	$\cos \frac{1}{\sqrt{x}}$	2,8	4,4
10	$e^{-0.4 \cos(1/x)}$	0,9	2,5	11	$e^{0.5x\sqrt{x}}$	4,9	6,5	12	$\frac{\operatorname{arctg} x}{x}$	0,9	2,5
13	$\sqrt[3]{x \sin x}$	2	3,6	14	$\frac{\ln(1+x)}{x}$	4,1	5,7	15	$e^{-1/(x\sqrt{x})}$	0,6	2,2
16	$e^{\cos(1/x)}$	2,8	4,4	17	$e^{-0.02x\sqrt{x}}$	0,5	2,1	18	$\sqrt{1+x^2}$	1,4	3
19	$\sqrt{x\sqrt{x}}$	2,6	4,2	20	$\sin(1/x)$	3,9	5,5	21	$e^{0.6/(x\sqrt{x})}$	4,5	6,1
22	$e^{\cos^2 x}$	1,8	3,4	23	$\ln(4 - \sin x)$	0,6	2,2	24	$\frac{x^2+1}{x}$	4,3	5,9
25	$\frac{x}{1+x^2}$	2,1	3,7	26	$\sqrt{1+e^{-x}}$	1,1	2,7	27	$\sin(1/x^2)$	3	4,6
28	$\sqrt{x+\sqrt{x}}$	3,5	5,1	29	$x(\sin x - \cos x)$	4	5,6	30	$\frac{x^2-1}{x^3}$	4,1	5,7

Задание 20.

Определить шаг, достаточный для вычисления интеграла из задания 18 с точностью $\varepsilon = 10^{-8}$ по формуле трапеций.

Задание 22.

Вычислить центральную и правую разностные производные функции $f(x)$ с шагом $h = 0.1$ в точке $x_0 = 2$. Выполнить априорную оценку погрешности для каждой формулы, сравнить с точным значением производной.

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$x^4 - 2x^3 - 1$	2	$\sqrt{x-1} - x + 4$	3	$2^x - x^2 + 2x$
4	$e^x - x^2 + 6x$	5	$e^x - (x-3)^2 + 2$	6	$\sin x - 2x + 4$
7	$\sin x - \sqrt{x-1}$	8	$e^x + x + 1$	9	$3^x + (x-2)^3$
10	$\cos x + (x-0.5)^3$	11	$\sqrt[3]{3x-1} - \cos x$	12	$\frac{1}{x^2} + 3 - x$
13	$\frac{1}{2+x} - \ln(x+1)$	14	$\ln(x-1) - 2^{1-x}$	15	$e^{-x} - 2x - 4$
16	$\log_2 x - 2^{-x}$	17	$e^x + x - 2$	18	$e^x - 3^{-x} + 3$
19	$\ln x - 4 + x^2$	20	$x^3 - x^2 + 2x - 1$	21	$\sin x - x + 3$
22	$2 - \ln x - \sqrt{x+2}$	23	$e^x + 2x - 2$	24	$\ln(x+1) + x^2 - 3$
25	$x^2 - 3x - \frac{1}{x+1}$	26	$e^x - x^2 + 3x$	27	$\frac{1}{x} - e^{x+2} + 1$
28	$\cos x - 3x - 3$	29	$e^{-x} - (x+2)^2 + 2$	30	$x^3 + x - 3$

Задание 23.

Определить порядок аппроксимации формулы численного дифференцирования

$$f'(x) \approx \frac{a_0 f(x+h) + a_1 f(x) + a_2 f(x-h)}{h}$$

N	a_0	a_1	a_2	N	a_0	a_1	a_2	N	a_0	a_1	a_2	N	a_0	a_1	a_2
1	2,2	-3,4	1,2	2	0,4	-3,3	2,9	3	0,2	-1	0,2	4	0,8	-2	1,2
5	0,6	-1,3	0,7	6	1,2	-1,2	0	7	2,4	-3,6	1,2	8	2,9	-5,3	2,4
9	1,7	-5	2,8	10	1,8	-3,2	0,6	11	0,3	-1,7	1,4	12	0,4	-3,7	2,5
13	2,1	-2,6	0,1	14	2,7	-3,7	1	15	0,3	-1	0,7	16	0,1	-3,2	2,3
17	1,1	-1,8	0,5	18	2,8	-5,1	1,4	19	0,3	-3,8	2,9	20	2,3	-2,4	0,1
21	0,7	-2,7	1,2	22	2,5	-4,2	1,7	23	0,9	-3	1,5	24	0	-0,9	0
25	0,2	-3,2	2,5	26	2,2	-2,6	0,4	27	0,6	-3,1	2,5	28	1,6	-5,1	2,8
29	0	-1,8	1,7	30	2	-2	0								

Задание 24.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[t_0, T]$ с шагом $h = 0.2$: а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

N	f(t,y)	t_0	T	y_0	N	f(t,y)	t_0	T	y_0
1	$\frac{y}{t+1} - (t+1)e^{-t}$	0	1	0	2	$-\frac{3y}{t} + \frac{6}{t^2} - 5t$	1	2	2
3	$y \cos t + 3 \cos t$	0	1	-2	4	$\frac{y}{t} + 2 \ln t$	1	2	0
5	$y \cos t + 3t^2 e^{\sin t}$	0	1	0	6	$\frac{y}{t+3} - \frac{t+3}{t^2}$	1	2	4
7	$-\frac{y}{t \ln t} + \frac{2t}{\ln t}$	e	e+1	e ²	8	$-y \operatorname{tg} t + 2t \cos t$	0	1	2
9	$-y \operatorname{tg} t + 2t \cos t - \cos t$	0	1	1	10	$\frac{y}{t \ln t} + 2t \ln t$	e	e+1	2e ²
11	$-y \sin t + 4 \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	2	12	$-y \operatorname{tg} t + \cos^2 t e^{\sin t}$	0	1	0
13	$y \operatorname{ctg} t + \sin^2 t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0	14	$-y \operatorname{tg} t + \frac{\cos t}{t^2}$	π	$\pi + 1$	0
15	$-\frac{4t-1}{t}y + 2t$	1	2	1	16	$-\frac{3t-1}{t}y + 6t$	1	2	3
17	$-\frac{y}{t} - \frac{\sin t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	4/ π	18	$\frac{y}{t+2} + t + 2$	0	1	4
19	$y \sin t - 2 \sin t e^{\cos t}$	0	1	0	20	$\frac{y}{t-2} + 2(t-2)e^{2t}$	0	1	0
21	$\frac{3t+1}{t}y + 3t$	1	2	0	22	$2yt^2 + 4t^2$	0	1	-1
23	$y \operatorname{ctg} t + 8t \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	π^2	24	$-y \operatorname{tg} t + \sin 2t e^{-\cos t}$	0	1	2
25	$\frac{y}{t-1} + t^2 - t$	-1	0	-1	26	$y \cos t + e^{\sin t}$	0	1	1
27	$-y \operatorname{tg} t + 3 \cos t$	0	1	1	28	$6t^2 y + 12t^2$	0	1	0
29	$2ty - e^{t^2-t}$	0	1	2	30	$y \operatorname{ctg} t - \frac{1}{\sin t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0

Задание 28.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$ с шагами $h_1 = 1/3$, $h_2 = 1/6$ и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить графики полученных приближенных решений.

N	$q(x)$	$f(x)$	y_0	y_1
1	$\pi^2/2$	$\pi^2(1 + \sin^2(\pi x/2))/2$	1	0
2	$1 + x$	$3x + 3$	3	3
3	$e^{x+1} + 1$	e^2	e	1
4	1	$3 - x^2$	1	0
5	$(\pi/2) \operatorname{tg}^2(\pi x/4) + \pi$	$(\pi/2) \operatorname{tg}(\pi x/4)$	0	1
6	x	$2 + x - 2x^2$	1	0
7	x^2	$(x^2 - 1)e^{-x}$	1	$1/e$
8	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \sin(\pi(4x + 1)/6)$	$1/2$	$1/2$
9	e^x	$xe^{2x} - 2e^x$	0	$1 + e$
10	$x + 1$	xe^x	1	e
11	$2x + 1$	$2xe^{2x-1}$	$1/e$	e
12	$4/(1 + x)^2$	$2/(x + 1)^3$	1	$1/2$
13	$3/(4(1 + x)^2)$	$1/(1 + x)^{3/2}$	1	$\sqrt{2}$
14	2	$2x^2 - 2x$	1	1
15	e^2	e^{2x}	2	$1 + e$
16	6	$2e^{2x-1}$	$1/e$	e
17	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \cos(\pi(2x - 1)/3)$	$1/2$	$1/2$
18	$2 + 5x^2$	$x^2 e^{x^2}$	1	e
19	1	$2e^{-x}$	1	$2/e$
20	$1/(1 + x)$	$x/(1 + x)$	0	1
21	$2 + x$	$(x + 1)e^{x+1}$	e	e^2
22	5	e^{2x}	1	e^2
23	$1/\sqrt{1 + x}$	$1 + 1/(4(1 + x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
24	$3/(2 - x)^2$	$1/(2 - x)^3$	$1/2$	1
25	$5x^2 - 2$	$x^2 e^{-x^2}$	1	$1/e$
26	π	$\pi \operatorname{tg}(\pi x/4) (1 - \operatorname{tg}^2(\pi x/4)) / 2$	0	1
27	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \sin(\pi x/2)$	0	1
28	1	$2e^{1-x}$	0	1
29	$2(1 + x)$	$2 - 2/(1 + x)^3$	1	$1/2$
30	$1/(1 + x)$	$(5 + 4x)/(4(1 + x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$

Задание 30.

Найти приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), & a < x < b, \quad 0 < t \leq T, \\ u(a, t) = g_1(t), \quad u(b, t) = g_2(t), & 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & a \leq x \leq b, \end{cases}$$

используя явную разностную схему. Взять $h = (b - a)/10$, $T = 10\tau$, шаг τ выбрать из условия устойчивости. Изобразить графики зависимости приближенного решения от x при $\tau = 0, 2\tau, 4\tau, \dots T$.

N	a	b	k	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
1	0	1	0.2	$x - x^2$	0	t	$x - x^2$
2	0	1	0.1	x^2	0	1	t
3	-1	1	0.2	$1 - x $	0	0	1
4	0	1	0.2	0	$1 - e^{-t}$	0	e^{-t}
5	0	1	1	$1 - x^2$	$1/(1+t)$	0	0
6	0	1	1	$x - x^2$	$\sin 2t$	0	0
7	0	1	0.4	x	0	1	1
8	0	1	0.2	$1 - x^2$	1	0	0
9	0	1	0.2	$(1 - x)^2$	1	0	xe^{-t}
10	-1	1	1	$1 - x^2$	0	$5t$	0
11	0	1	0.5	0	0	$e^{10t} - 1$	1
12	0	1	1	1	1	1	1
13	0	1	1	x^3	$\sin t$	$\cos t$	0
14	0	1	0.5	$1 - x^3$	e^t	0	$1 - x$
15	0	1	0.25	x^3	0	1	5
16	0	2	1	x	0	2	x
17	0	2	2	0	0	$10t$	1
18	0	1	1	0	$\sin t$	0	0
19	0	1	0.5	$1 - x^3$	e^{-t}	$1 - e^{-t}$	0
20	0	2	1	0	0	0	x
21	0	1	0.4	$1 - x$	1	0	2
22	0	1	0.5	0	0	$10t$	t
23	0	1	0.4	x^3	0	0	x^2
24	0	1	0.4	1	1	1	$\cos t$
25	0	1	0.4	0	0	0	$x(1 - x) \sin t$
26	0	1	0.2	x^3	$-\sin t$	$\cos t$	0
27	-1	1	0.5	x^2	1	1	x
28	0	1	0.25	$1 - x^3$	$\cos 2t$	t	0
29	0	1	0.25	1	e^{-3t}	$\sin t$	0
30	0	1	0.5	x^3	$1 - e^{-t}$	e^{-t}	0