

Задание №1

К порту коммутатора подключен канал 100 Мбит/с. Средняя длина поступающих кадров распределена по показательному закону и составляет 10^3 бит. Для заданной интенсивности простейшего потока кадров λ [кадр/с] найти величину буфера N , при которой вероятность блокировки (сброса кадра) составит менее, чем 10^{-6} .

Задание №2

К центру обработки голосовых вызовов подключено 10 линий по 64 Кбит/с. Каждый вызов длится в среднем 2 мин. Если все линии заняты, то вызов сбрасывается. Для заданной интенсивности простейшего потока вызовов λ [вызов/с] определить: вероятность простоя центра обработки вызовов; вероятность сброса вызова; вероятность обслуживания вызова.

Задание №3

К центру обработки голосовых вызовов подключено 10 линий по 64 Кбит/с. Каждый вызов длится в среднем 2 мин. Если все линии заняты, то вызов ставится в неограниченную очередь. Для заданной интенсивности простейшего потока вызовов λ [вызов/с] определить: вероятность простоя центра обработки вызовов; вероятность задержки обслуживания вызова; среднее число вызовов в очереди.

Методические указания к практическим занятиям

По заданию №1, 2, 3.

При расчете необходимо использовать известные соотношения для систем массового обслуживания с простейшими входными потоками и экспоненциальным распределением времени обслуживания. Рассматриваются системы с полными отказами, с ограниченной и неограниченной очередью.

В отчете следует привести расчетные соотношения и полученные численные значения для каждого задания.

Расчетные соотношения основаны на трех свойствах простейшего потока:

стационарность – вероятность попадания того или иного числа событий на участок времени зависит только от длины участка, а не от его положения;

ординарность – вероятность попадания на элементарный участок более одного события пренебрежимо мала;

отсутствие последствия – число событий, попадающих на любой из неперекрывающихся участков времени, не зависит от числа событий, попадающих на другие участки.

Для простейшего потока число событий, попадающих на любой фиксированный интервал времени, распределено по закону Пуассона. Т.е. вероятность того, что за время τ произойдет ровно m событий, равна

$$P_m(\tau) = \frac{(\lambda \cdot \tau)^m}{m!} \cdot e^{-\lambda\tau}$$

где λ среднее число событий, приходящихся на единицу времени.

В задании 1 имеем СМО типа М/М/1:N – один канал и один накопитель на N кадров. Вероятность блокировки (сброса кадра) определяется по соотношению

$$\frac{(1-\alpha)\alpha^N}{1-\alpha^{N+1}}$$

где N – величина буфера;

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} \quad \text{-- приведенная плотность входного потока;}$$

$$\mu \quad \text{-- средняя пропускная способность порта коммутатора.}$$

Очевидно, что средняя пропускная способность равна

$$\mu = 100 \cdot \frac{10^6}{10^3} = 10^5 \quad [\text{кадр/с}]$$

В Задании 2 имеем СМО с полным отказом – если все линии заняты, вызов сбрасывается. Вероятности простоя центра, сброса вызова и обслуживания определяются по соотношениям

$$P_0 = \left(\sum_{k=0}^N \frac{\alpha^k}{K!} \right)^{-1}, \quad P_n = \frac{P_0 \cdot \alpha^N}{N!}, \quad P = 1 - P_n$$

где

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} \quad \text{-- приведенная плотность входного потока;}$$

$$\mu = \frac{1}{2 \cdot 60} \quad \text{средняя пропускная способность центра, [вызов/с]}$$

В Задании 3 имеем СМО с неограниченной очередью – здесь важно убедиться в наличии стационарного режима:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} < N$$

в противном случае очередь будет неограниченно возрастать.

Вероятности простоя центра, задержки вызова и среднее число вызовов в очереди определяются по соотношениям

$$P_0 = \left(\sum_{k=0}^N \frac{\alpha^k}{K!} + \frac{\alpha^{N+1}}{N!(N-\alpha)} \right)^{-1}, \quad P_z = \frac{\alpha^N \cdot N}{N!(N-\alpha)} \cdot P_0, \quad m_s = \frac{\alpha^{N+1}}{N \cdot N! \left(1 - \frac{\alpha}{N}\right)^2} \cdot P_0$$

Рекомендуемая литература:

Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. Учебное пособие для студентов вузов. -М.; Высшая школа, 2000. -383 с.

Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Academia, 2003. -464 с.