

ВАРИАНТ 4

1. Дана функция $z(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2 - 4}}$.

а) Найти область определения функции. Описать, каким множеством является область определения (замкнутой или открытой). Описать множество граничных точек этой области. Изобразить область определения на чертеже.

б) Написать уравнения линий уровня этой функции и изобразить их на чертеже.

2. Найти первый и второй дифференциалы функции $z = \ln(x + e^y)$ в точке $(1; 0)$.

3. Найти производную функции $z = 3x^2 - 4xy^2 + 5y^2 + y$ в точке $A = (3; 2)$ по направлению вектора $\vec{u} = (3; -1)$.

4. Найти точки локального экстремума функции:

а) $z = x^2 + xy + 2y^2 - 7x - 14y - 4$,

б) $z = (4xy + 2y - y^2) \cdot e^{-5x}$.

5. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = 2x + y$ при условии $x^2 + y^2 = 5$.

6. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ на области $D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 1; y \leq 1; x + y \geq 1\}$.

7. Найти частные производные первого порядка для функции $z(x, y)$, заданной неявно:

$$\ln(xyz) - 3x + 2y + 5z = -3.$$

8. Для заданной производственной функции $Q(K, L) = 7 \cdot K^{0.5} L^{0.2}$ (Q – объем выпускаемой продукции, K – объем фондов, L – объем трудовых ресурсов) при $K_0 = 49$, $L_0 = 32$ найти предельную фондоотдачу и предельную производительность труда, предельную норму замещения труда капиталом, эластичность выпуска по фондам и по труду.