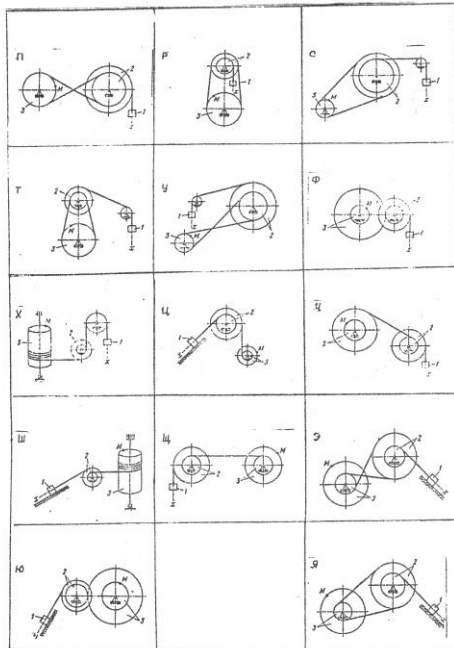


Схемы к задаче 4



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Динамика

Данная работа содержит две задачи из раздела «Динамика».

Задача 1

Для решения этой задачи на составление дифференциальных уравнений движения материальной точки студент по первой букве имени определяет номер схемы и номер варианта по табл. 1.

Исходные данные приведены в табл. 2.

Таблица 1

Буква	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т
Схема	1					2					3					4		
Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Буква	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Э	Ю	Я
Схема	4									
Вариант	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

Схемы к задаче 1

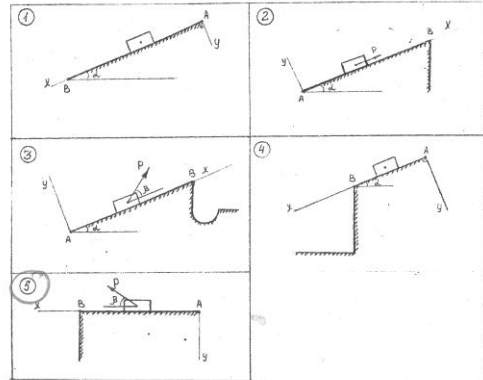


Таблица 2

Таблица определяемых и заданных параметров

№ варианта	Параметры									
	$V_A$ , м/с	$V_B$ , м/с	$f$ , безр.	$\tau$ , с	$l$ , м	$\rho$ , Н	$\beta$ , град	$\alpha$ , град	$m$ , кг	
1	2	10	0,2	$\tau$	$l$	-	-	30	-	
2	1	8	$f$	$\tau$	9	-	-	45	-	
3	0	$V_B$	$f$	2	9,8	-	-	60	-	
4	$V_A$	$V_B$	0,1	1	10	-	-	15	-	
5	2	$V_B$	$f$	1	5,3	-	-	60	-	
6	2	8	$f$	$\tau$	10	-	-	45	-	
7	4	36,28	0,1	$\tau$	$l$	22	-	30	2	
8	1	21	0	2	$l$	$\rho$	-	30	2	
9	2	8	0,6	$\tau$	5	$\rho$	-	60	4	
10	20	$V_B$	0,2	3	$l$	20	-	15	1	
11	20	40	0,1	$\tau$	$l$	90	-	60	4	
12	10	$V_B$	0,1	1	$l$	10	-	60	2	
13	10	5,2	0,2	2	$l$	$\rho$	0	45	3	
14	20	14,8	0,3	1	$l$	$\rho$	0	15	2	
15	10	29	0,1	$\tau$	$l$	20	30	45	2	
16	0	5	$f$	$\tau$	5	30	45	60	3	
17	25	$V_B$	$f$	1	20	10	60	30	4	
18	$V_A$	$V_B$	0,2	2	27,36	40	75	30	2	
19	2	5,28	0,1	$\tau$	$l$	-	-	15	-	
20	0	30	$f$	$\tau$	8	-	-	30	-	
21	5	$V_B$	$f$	1	8	-	-	45	-	
22	$V_A$	$V_B$	0,1	2	20,2	-	-	60	-	
23	2	$V_B$	$f$	1	72	-	-	10	-	
24	2	4	$f$	$\tau$	9	-	-	15	-	
25	4	13,2	0,1	$\tau$	$l$	10	15	-	2	
26	3	3,2	$f$	1	$l$	20	30	-	2	
27	2	$V_B$	0,2	2	$l$	20	45	-	2	
28	$V_A$	$V_B$	0,3	0,5	4,125	40	60	-	2	

Примечание. В первой задаче требуется определить величины, обозначенные в таблице буквами.

Пример решения задачи 1

Тело движется из точки А по участку АВ (длиной  $l$ ) наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом, в течение  $t$  секунд (рис. 1). Его начальная скорость  $V_A$ . Коэффициент трения скольжения тела по плоскости равен  $f$ .

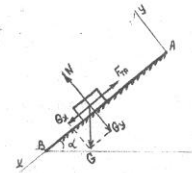


Рис. 1.

Дано:  $\alpha = 30^\circ$ ;  $V_A = 2$  м/с;  $f = 0,2$ ;  $l = 10$  м.

Определить:  $\tau$ ;  $V_B$ .

Решение

Рассмотрим движение тела на участке АВ, принимая тело за материальную точку, покажем действующие на него силы тяжести  $\vec{G}$ , нормальную реакцию  $\vec{N}$  и силу трения скольжения  $\vec{F}_{тр}$ . Составим дифференциальные уравнения движения тела на участке АВ:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \sum F_{ix} \\ m\ddot{y} = \sum F_{iy} \end{cases}$$

где  $m$  – масса точки;  $\ddot{x}, \ddot{y}$  – ускорения точки в проекциях на оси  $x, y$ ;  $\sum F_{ix}, \sum F_{iy}$  – сумма проекций всех сил на оси  $x, y$ .

Для данной задачи дифференциальные уравнения будут записаны так:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = G \sin \alpha - F_{мп}, \\ m\ddot{y} = N - G \cos \alpha. \end{cases}$$

Так как движение тела происходит только вдоль оси «х», а вдоль оси «у» движения нет, то  $\ddot{y} = 0$ .

Следовательно,  $0 = N - G \cos \alpha$ ,  $N = G \cos \alpha = mg \cos \alpha$ .

$$m\ddot{x} = G \sin \alpha - fN,$$

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha,$$

тогда

$$\ddot{x} = g \sin \alpha - fg \cos \alpha,$$

$$\ddot{x} = 3,2,$$

Получили дифференциальное уравнение второго порядка с разделяющимися переменными

$$\frac{dx}{dt} = 3,2; \quad dx = 3,2 dt;$$

$$\int dx = 3,2 \int dt;$$

$$\dot{x} = 3,2t + C_1. \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} = 3,2t + C_1; \quad dx = 3,2t dt + C_1 dt;$$

$$\int dx = 3,2 \int t dt + C_1 \int dt;$$

$$x = 3,2 \frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2. \quad (2)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  находим из начальных условий:

$$t_0 = 0, \quad \dot{x}_0 = V_A = 2 \text{ м/с}, \quad x_0 = 0 \text{ м}.$$

Подставим начальные условия в уравнения (1) и (2):

$$2 = 3,2 \cdot 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = 2,$$

$$0 = 3,2 \cdot 0 + C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0.$$

Подставим найденные значения  $C_1$  и  $C_2$  в уравнения (1) и (2):

$$\begin{cases} \dot{x} = 3,2t; \\ x = 1,6t^2 + 2t. \end{cases}$$

Данные уравнения описывают движение тела на участке АВ. Для момента времени  $\tau$  перепишем эти уравнения:

$$\begin{cases} V_B = 3,2\tau, \\ l = 1,6\tau^2 + 2\tau. \end{cases}$$

$$10 = 1,6\tau^2 + 2\tau,$$

$$1,6\tau^2 + 2\tau - 10 = 0.$$

$$\tau_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1,6(-10)}}{3,2} = \frac{-2 \pm 8,2}{3,2};$$

$$\tau_1 = -3,2,$$

$$\tau_2 = 1,9.$$

Так как время величина положительная, выбираем  $\tau = 1,9$  с. Скорость тела в точке В:  $V_B = 3,2 \tau = 3,2 \cdot 1,9 = 6,08$  м/с.

### Задача 2

Условия решения этой задачи на применение теоремы об изменении кинетической энергии механической системы определяется по первой букве фамилии по табл. 1. Схемы задач приведены ниже, а варианты задач – в табл. 3. Во второй задаче во всех вариантах определяется скорость и ускорение тела 1:  $V_1$  и  $a_1$ .

Схемы к задаче 2

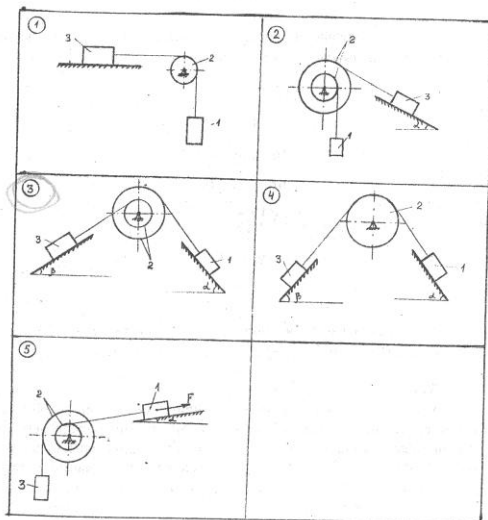


Таблица 3

№ варианта	Параметры										
	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$m_3$ , кг	$R_2$ , м	$r_2$ , м	$i_{2x}$ , м	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$f$ , безр.	$F$ , кН	$S_1$ , м
1	8m	2m	m	0,5	—	—	—	—	0,1	—	2
2	6m	2m	0,5m	0,4	—	—	—	—	0,1	—	2
3	8m	4m	2m	0,6	—	—	—	—	0,3	—	3
4	6m	4m	2m	0,4	—	—	—	—	0,2	—	3
5	4m	m	0,5m	0,2	—	—	—	—	0,1	—	4
6	2m	m	0,5m	0,1	—	—	—	—	0,1	—	4
7	m	m	0,5m	0,4	0,2	0,1	15	—	0,1	—	4
8	2m	m	0,25m	0,6	0,4	0,1	15	—	0,2	—	4
9	4m	m	0,5m	0,6	0,2	0,2	30	—	0,3	—	3
10	3m	m	0,2m	0,6	0,3	0,2	30	—	0,2	—	3
11	4m	2m	m	0,6	0,2	0,1	45	—	0,1	—	2
12	4m	3m	m	0,4	0,2	0,1	45	—	0,2	—	2
13	6m	4m	2m	0,8	0,4	0,15	60	15	0,2	—	1
14	6m	2m	m	0,8	0,6	0,15	45	15	0,2	—	1
15	4m	3m	2m	0,8	0,2	0,2	45	30	0,1	—	2
16	3m	2m	m	0,4	0,2	0,2	30	30	0,1	—	2
17	2m	m	m	0,4	0,1	0,1	30	45	0,15	—	3
18	2m	0,5m	0,5m	0,2	0,1	0,1	60	45	0,15	—	3
19	8m	6m	4m	0,8	—	—	30	15	0,1	—	2
20	8m	4m	2m	0,6	—	—	30	15	0,1	—	2
21	6m	4m	2m	0,4	—	—	45	30	0,2	—	4
22	6m	2m	m	0,2	—	—	45	30	0,2	—	4
23	4m	3m	2m	0,1	—	—	60	15	0,1	—	2
24	4m	2m	m	0,1	—	—	60	15	0,1	—	2
25	5m	2m	m	0,8	0,4	0,1	45	—	0,1	40m	4
26	5m	3m	m	0,6	0,3	0,1	30	—	0,1	40m	4
27	3m	2m	m	0,4	0,2	0,1	15	—	0,1	20m	2
28	3m	m	0,5m	0,2	0,1	0,1	45	—	0,1	20m	2