**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1**

* 1. На плоскости даны два вектора **a**  и  **b** .

Найти разложение вектора **c**  по базису  **a** , **b** .

Сделать геометрическую схему решения.

**a** {-2; 1} ; **b** {7; -4} ; **c** {3; -2}

* 1. Решить системы. В случае необходимости использовать теорему Кронекера- Капелли.

1. x + 2y + 3z = 5, **b)** x + y + z = 0,

2x – y – z = 1, 3x + 6y +5z =0,

x + 3y + 4z = 6. x + 4y +3z =0.

**1.3** Даны координаты вершин треугольника **ABC**.

Найти: **1)** длину стороны **АВ**; **2)** уравнения сторон **АВ** и **ВС**, их угловые коэффициенты; **3)** угол **В** с точностью до 1 град.; **4)** уравнение высоты **CD** и её длину; **5)** уравнение медианы **АЕ** и координаты точки **К** пересечения этой медианы с высотой **CD**; **6)** уравнение прямой, проходящей через точку **К** параллельно стороне **АВ**; **7)** координаты точки **М**, расположенной симметрично точке **А** относительно прямой **CD**; **8)** площадь треугольника.

**А** ( -12 , -1 ); **В** ( 0 , -10 ); **С** ( 4 , 12 ).

* 1. Даны координаты вершин пирамиды **ABCD**.

Найти: **1)** длины рёбер **АВ** и **АС**; **2)** угол между рёбрами **АВ** и **АС**; **3)** площадь грани **АВС**; **4)** объём пирамиды; **5)** уравнения прямых **АВ** и **АС**; **6)** уравнения плоскостей **АВС** и **ABD**; **7)** угол между плоскостями **АВС** и **ABD**; **8)** уравнение высоты, опущенной из вершины **D** на плоскость грани **АВС** и координаты её основания (точки **М**).

Сделать схему с изображением пирамиды (в координатах **0xyz**) и указанием проекций её вершин, а также проекции основания высоты **DM** (точки **М**) на плоскость **0xy**.

**А** ( 1 ; 1 ; 2 ) , **В** ( 0 ; 1 ; 6 ) , **С** ( -1 ; 2 ; 2 ) , **D** ( 1 ; 3 ; 4 ).

* 1. Линия задана уравнением **p = p (φ)** в полярной системе координат. Требуется:

1. Построить по точкам график функции, вычисляя её значения в точках **φ = πk/8**, начиная от **φ = 0** до **φ = 2π**;
2. Найти уравнение кривой в прямоугольной системе координат, начало которой совмещено с полюсом, а положительная полуось **0x** – с полярной осью;
3. Определить вид кривой, указать на схеме положение фокусов и директрис.

**3**

**р = ————— .**

**1 – cos φ**

* 1. Найти пределы, причём с помощью правила Лопиталя разрешается сделать не более двух примеров

3х2 + 5х +4 x3 - 1

**а)** lim —————— ; **b)** lim ————— ;

x→∞ 2x2 – x + 1 x→1 5x2 – 4x - 1

х + 1 2x – 1 x + 3

**c)** lim —————— ; **d)** lim ————— ;

x→ -1 √3x + 7 - 2 x→∞ 2x + 1

ln x ln ( sin mx )

**e)** lim —————— ; **f)** lim ————— ;

x→1 1 - x x→0 ln sin x

**dy**

* 1. Найти производные **y / = —** функций:

**dx**

2x

1. y = x ln x + arcsin √x ; **b)** y = arctg —― ;

1 – x2

x

**c)** xy = arctg ― ; **d)**  x = e -2t

y y = et  при t = 1.

**1.8** Найти производные высших порядков:

**у//** в точке **( 0 ; 1 )** , если х4 – ху + у4 = 1 .

**1.9** Используя понятие производной, найти:

уравнение касательной к кривой х = t2 – 1

y = t2 + t – 3 в точке ( 3 ; -1 ).

**Примечание:** В данном задании рекомендуется сделать пояснительный рисунок.

**1.10** Используя понятие производной, найти значения функции:

Наименьшее: sin x cos x

f(x) = ———— + ———— , x Є ( 0 ; π/4 ) .

1 + cos x 1 + sin x

**1.11** Исследовать функцию и построить график:

х4

у = ———— .

х3 – 1

**1.12** Найти частные производные функции z = f ( x , y ):

z = sin ( x+ y ).

**1.13** Дано скалярное поле u = f ( x , y ). Требуется:

**1)** составить уравнение линии уровня **u = C** и построить её график;

**2)** вычислить производную скалярного поля в точке **А** по направленю вектора **АВ**;

**3)** найти наибольшую скорость изменения скалярного поля в точке **А**;

**4)** сделать рисунок поверхности **u = f ( x , y )** в координатах **0xyz** .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **f ( x , y )** | **C** | **Координаты**  **точки А** | **Координаты**  **точки В** |
| x2 + y2 + 2x – 4y | -1 | √3 5  ( -1 - — ; — )  2 2 | √3  ( -1 - — ; 0 )  2 |

**1.14** Найти экстремум функции **z = f ( x ; y )** :

z = xy ( 1 – x – y ).