Прикладная информатика, 131-132гр.

Определители, матрицы и СЛУ

1. Перестановки. Транспозиции, инверсии, четность перестановки (два определения). Представление произвольной перестановки в виде произведения транспозиций. Свойства четных и нечетных перестановок.

2. Определитель матрицы. Вывод формул для определителей второго и третьего порядков.

3. Определитель транспонированной матрицы.

4. Определитель матрицы, полученной перестановкой строк (столбцов). Определитель матрицы с одинаковыми строками (столбцами).

5. Определитель матрицы, у которой все элементы строки (столбца), кроме одного, равны нулю.

6. Разложение по строке (столбцу). Сумма произведений элементов строки/столбца на алгебраические дополнения другой строки (столбца).

7. Определитель матрицы, полученной умножением строки/столбца на число. Определитель матрицы, строка (столбец) которой представлен в виде суммы двух строк (столбцов). Определитель матрицы, полученной прибавлением одной из строк (столбцов) исходной матрицы, умноженной на число, к другой её строке (столбцу).

8. Определитель ступенчатой матрицы. Определитель произведения матриц.

9. Ассоциативность умножения матриц. Транспонированная матрица, транспонирование произведения.

10. Дистрибутивность умножения матриц и умножения матрицы на число. Кольцо матриц.

11. Определитель произведения матриц.

12. Взаимная матрица. Критерий обратимости. Нахождение обратной матрицы.

13. СЛУ. Правило Крамера.

14. Однородные и неоднородные СЛУ.

15. Элементарные преобразования матриц и и элементарные преобразования СЛУ, свойства.

16. Ранг матрицы. Постоянство ранга матрицы при элементарных преобразованиях.

17. Метод Гаусса: приведение матрицы к трапециевидной форме с помощью элементарных преобразований и решение СЛУ с трапециевидной матрицей.

18. Теорема Кронекера-Капелли.

Векторные пространства

1. Векторные пространства, примеры, экзотический пример. Простейшие свойства векторный пространств.

2. Векторные подпространства, примеры. Критерий подпространства. Линейная оболочка.

3. Линейная зависимость (два определения) и независимость векторов. Примеры. Лемма о зависимости линейных комбинаций

4. Базис, базисы стандартных вектроных пространств. Размерность, корректность определения.

5. Получение базиса из линейно независимой и порождающей систем векторов.

6. Линейно независимая (порождающая) система из n векторов в n-мерном пространстве. Пример бесконечномерного пространства.

7. Пространство последовательностей, удовлетворяющих данному рекуррентному соотношению, его размерность. Построение базиса в случае простых корней характеристического уравнения. Числа Фибоначчи.

8. Прямое произведение пространств, размерность прямого произведения.

9. Координаты вектора. Замена координат при замене базиса. Матрица перехода, ее свойства.

10. Сумма и пересечение подпространств. Связь их размерностей.

11. Изоморфизм и изоморфность векторных пространств, свойства и примеры.

12. Изоморфность векторных пространств одинаковой размерности.

13. Факторпространство, размерность факторпространства.

Теория групп

1. Определение группы. Аддитивная и мультипликативная записи. Примеры. Прямое произведение групп.

2. Простейшие свойства групп. Табица Кэли конечной группы и ее свойства. Построение таблицы Кэли групп D3, S3.

3. Определение степени элемента группы и её свойства. Порядок элемента, примеры.

4. Подгруппы. Примеры. Теорема Лагранжа.

5. Подгруппа, составленная из степеней данного элемента. Связь порядка группы и порядка элемента. Малая теорема Ферма.

6. Изоморфизм и изоморфность групп, примеры изоморфных и неизоморфных групп. Порядок элемента и его образа при изоморфизме.

7. Действие группы на множестве. Стабилизатор, орбита элемента, их свойства. Примеры.

8. Представление перестановки в виде произведения непересекающихся циклов. Порядок перестановки.

9. Связь мощностей орбиты и стабилизатора. Примеры.

10. Лемма Бернсайд