

Вариант № 301

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + (-1)^n}{4^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 1) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{n^3} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3n + 5^n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{\sqrt{n} \cdot (n!)^2} \cdot \left(\frac{2}{7} \right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} \right)^{n^3} \left(\frac{3}{2} \right)^{n+1}$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 1}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{1 + n^2 \ln n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^3+n} \cdot \frac{n + 2^n}{3^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x + 2n)}{\sqrt{x + n}}$ при $x \in [1; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 3]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(1 - \cos \frac{x}{n^2 + x} \right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} \right)^{n^3} \cdot \frac{(2x+1)^n}{n^2 4^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n+2}} \cdot \frac{3^n}{n! (x^2 - 1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot \left(\frac{x-1}{3} \right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^3} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 2xy' + 2y = 0 \\ y(0) = 1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 302

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-1)^n}{5^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n^3 + 3n) \cdot \operatorname{arctg}^3 \left(\frac{\pi}{n^2} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^4 + 2^{1/n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n^2 + 1) \cdot n!}{(2n-1)!!} \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 - 2}{n^2 + 1} \right)^{n^3} \left(\frac{4}{5} \right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^4 - 4}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\ln n}{n + n \ln n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^2+5n} \cdot \frac{3^n}{n! + 3^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = (nx^2 + 2x)e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{x^2 + 2nx + 2n^3}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2 - 3n}{n^2 + 5} \right)^{n^3} \cdot \frac{(3x-1)^n}{n^3 5^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \frac{n^n (x^3 - 1)^n}{(2n+1)!!}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{(n+1)x^n}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^{1/2} \frac{1 - \cos(t^2)}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 3xy' + 3y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = 1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 303

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 + (-2)^n}{3^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(e^{-1/n^2} - \cos \frac{2}{n} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + 2^{-n}}{n^3}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)!}{(n+2)! \cdot n!} \cdot \left(\frac{3}{8} \right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{5}{n^3} \right)^{n^2} \left(\frac{2}{7} \right)^{n-1}$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2+1)^2}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\ln n}{n^2+1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^3-2n} \cdot \frac{3^n+1}{n^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \sqrt{x^2 + 4nx + n^2} - n$ при $x \in [0; 3]$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 1]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \ln \left(1 + \frac{x}{\sqrt{n^4+x}} \right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2-3} \right)^{n^3} \cdot \frac{(3x-2)^n}{n \cdot 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{n^n (x-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} (n+2) \cdot \left(\frac{x-2}{2} \right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_2^{\infty} \frac{e^{1/t} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (2-x-x^2)y'' + y = 0 \\ y(0) = -1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 304

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)(4n+5)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-1)^n}{5^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n^2 - 3n) \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{n^4} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n^2 + 3^{1/n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-1) \cdot n!}{(2n+1)!!} \cdot \left(\frac{5}{3} \right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2+4} \right)^{-n^3} \left(\frac{5}{2} \right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 4}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{n^2 + \ln n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^2+3n} \cdot \frac{2^n}{n^n + 2^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = n^2 x^4 e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 4nx + 5n^4}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^3 - 2n}{n^3 + 4} \right)^{n^3} \cdot \frac{(4x+1)^n}{n(-3)^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n^4 + 1}} \cdot \frac{4^n + n}{(3x-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n x^{2n+1}}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^2} - \cos t}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} y'' + (1-2x)y' - y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = -1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 305

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-1)(4n+3)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-2)^n}{5^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left(\sin \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{3}}{n^2 + \sin^2 n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{(n+1)! \cdot (n!)^2} \cdot \left(\frac{2}{9} \right)^{2n-1}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{3}{n^2} \right)^{n^4} \left(\frac{7}{3} \right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n^2 + 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^3-2n} \cdot \frac{n!}{n^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x+2n)}{\sqrt{x+n}}$ при $x \in [1; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 3]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(1 - \cos \frac{x}{n^2 + x} \right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} \right)^{n^3} \cdot \frac{(2x+1)^n}{n^2 4^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n+2}} \cdot \frac{3^n}{n! (x^2-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot \left(\frac{x-1}{3} \right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^3} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 2xy' + 2y = 0 \\ y(0) = 1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 306

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n-3)^2 \cdot \arcsin\left(\frac{\pi}{n^5}\right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^4 + 3 \cos^2 n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n+1) \cdot n!}{(2n-1)!!} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2-3}{2n^2+n}\right)^{n^3} \left(\frac{5}{4}\right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2+1)}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{n^4 + 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^4+n} \cdot \frac{n!}{3^{n^2}}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = (nx^2 + 2x)e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{x^2 + 2nx + 2n^3}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2-3n}{n^2+5}\right)^{n^3} \cdot \frac{(3x-1)^n}{n^3 5^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \frac{n^n (x^3-1)^n}{(2n+1)!!}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{(n+1)x^n}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^{1/2} \frac{1 - \cos(t^2)}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 3xy' + 3y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = 1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Типовой расчет по математическому анализу

3 семестр, поток ИТ, лектор Татаринцев А.В. 2010-11 гг.

Вариант № 307

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-1)(5n+4)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-3)^n}{6^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\cos \frac{1}{n} - 1 + \frac{2}{n^2} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n^3 + 5}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cdot (3n-2)!}{n!(n+1)!(n+2)!} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{3n+1}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{n^3} \left(\frac{5}{2}\right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+2)^4}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{-n^2}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^3+4n} \cdot \frac{5^n}{n!}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \sqrt{x^2 + 4nx + n^2} - n$ при $x \in [0; 3]$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 1]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \ln \left(1 + \frac{x}{\sqrt{n^4 + x}}\right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2-3}\right)^{n^3} \cdot \frac{(3x-2)^n}{n \cdot 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{n^n (x-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} (n+2) \cdot \left(\frac{x-2}{2}\right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_2^{\infty} \frac{e^{1/t} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (2-x-x^2)y'' + y = 0 \\ y(0) = -1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 308

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)(5n+3)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n + 2^n}{6^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^3 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{n^4}\right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{n^3 + 2\sqrt{n+1}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n+1)! \cdot n!}{(5n-1)!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2-n}{3n^2+1}\right)^{n^3} \left(\frac{5}{4}\right)^{n+2}$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2+4)}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n!}{n! + 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^4-n} \cdot \frac{2n+5}{3^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = n^2 x^4 e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 4nx + 5n^4}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^3-2n}{n^3+4}\right)^{n^3} \cdot \frac{(4x+1)^n}{n(-3)^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n^4+1}} \cdot \frac{4^n+n}{(3x-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n x^{2n+1}}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^2} - \cos t}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} y'' + (1-2x)y' - y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = -1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 309

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-3)(5n+2)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + (-2)^n}{8^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\sqrt{n^5 + 1} - \sqrt{n^5 - n} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \left(\frac{n}{3^n} \right)$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n+2}} \cdot \frac{(2n+3)!}{n!(n+2)!} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{2n-1}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{5}{n^2} \right)^{n^3} \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n+2)}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(2 + \frac{1}{n} \right)^{-n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^4+n} \cdot \frac{n!}{\sqrt{(2n+1)!}}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x+2n)}{\sqrt{x+n}}$ при $x \in [1; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 3]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(1 - \cos \frac{x}{n^2 + x} \right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} \right)^{n^3} \cdot \frac{(2x+1)^n}{n^2 4^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n+2}} \cdot \frac{3^n}{n! (x^2 - 1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot \left(\frac{x-1}{3} \right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^3} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 2xy' + 2y = 0 \\ y(0) = 1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 310

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+1)(5n+6)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n + 2}{6^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n^2}\right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n - \sqrt{n}}{n^4 + 1}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{(2n-1)!n!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-2}{n^2+2n}\right)^{n^3} \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n^2+1)}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{n+3^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^4+3n} \cdot \frac{4^n}{n!}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = (nx^2 + 2x)e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{x^2 + 2nx + 2n^3}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2-3n}{n^2+5}\right)^{n^3} \cdot \frac{(3x-1)^n}{n^3 5^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \frac{n^n (x^3-1)^n}{(2n+1)!!}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{(n+1)x^n}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^{1/2} \frac{1 - \cos(t^2)}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 3xy' + 3y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = 1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 311

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + (-1)^n}{4^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 1) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{n^3} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3n + 5^n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{\sqrt{n} \cdot (n!)^2} \cdot \left(\frac{2}{7} \right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} \right)^{n^3} \left(\frac{3}{2} \right)^{n+1}$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 1}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{1 + n^2 \ln n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^3+n} \cdot \frac{n + 2^n}{3^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = n^2 x^4 e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 4nx + 5n^4}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^3 - 2n}{n^3 + 4} \right)^{n^3} \cdot \frac{(4x + 1)^n}{n (-3)^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n^4 + 1}} \cdot \frac{4^n + n}{(3x - 1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n x^{2n+1}}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^2} - \cos t}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} y'' + (1 - 2x)y' - y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = -1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 312

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-1)^n}{5^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n^3 + 3n) \cdot \operatorname{arctg}^3 \left(\frac{\pi}{n^2} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^4 + 2^{1/n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n^2 + 1) \cdot n!}{(2n-1)!!} \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 - 2}{n^2 + 1} \right)^{n^3} \left(\frac{4}{5} \right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^4 - 4}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\ln n}{n + n \ln n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^2+5n} \cdot \frac{3^n}{n! + 3^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \sqrt{x^2 + 4nx + n^2} - n$ при $x \in [0; 3]$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 1]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \ln \left(1 + \frac{x}{\sqrt{n^4 + x}} \right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2 + 2}{n^2 - 3} \right)^{n^3} \cdot \frac{(3x - 2)^n}{n 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n - 1}{n^n (x - 1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} (n + 2) \cdot \left(\frac{x - 2}{2} \right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_2^{\infty} \frac{e^{1/t} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (2 - x - x^2)y'' + y = 0 \\ y(0) = -1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 313

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 + (-2)^n}{3^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(e^{-1/n^2} - \cos \frac{2}{n} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + 2^{-n}}{n^3}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)!}{(n+2)! \cdot n!} \cdot \left(\frac{3}{8} \right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{5}{n^3} \right)^{n^2} \left(\frac{2}{7} \right)^{n-1}$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2+1)^2}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\ln n}{n^2+1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^3-2n} \cdot \frac{3^n+1}{n^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x+2n)}{\sqrt{x+n}}$ при $x \in [1; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 3]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(1 - \cos \frac{x}{n^2+x} \right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2} \right)^{n^3} \cdot \frac{(2x+1)^n}{n^2 4^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n+2}} \cdot \frac{3^n}{n! (x^2-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot \left(\frac{x-1}{3} \right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^3} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 2xy' + 2y = 0 \\ y(0) = 1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 314

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)(4n+5)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-1)^n}{5^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n^2 - 3n) \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{n^4} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n^2 + 3^{1/n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-1) \cdot n!}{(2n+1)!!} \cdot \left(\frac{5}{3} \right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2+4} \right)^{-n^3} \left(\frac{5}{2} \right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 4}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{n^2 + \ln n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^2+3n} \cdot \frac{2^n}{n^n + 2^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = (nx^2 + 2x)e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{x^2 + 2nx + 2n^3}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2 - 3n}{n^2 + 5} \right)^{n^3} \cdot \frac{(3x-1)^n}{n^3 5^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \frac{n^n (x^3 - 1)^n}{(2n+1)!!}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{(n+1)x^n}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^{1/2} \frac{1 - \cos(t^2)}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 3xy' + 3y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = 1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 315

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-1)(4n+3)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-2)^n}{5^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left(\sin \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{3}}{n^2 + \sin^2 n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{(n+1)! \cdot (n!)^2} \cdot \left(\frac{2}{9} \right)^{2n-1}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{3}{n^2} \right)^{n^4} \left(\frac{7}{3} \right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n^2 + 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^3-2n} \cdot \frac{n!}{n^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \sqrt{x^2 + 4nx + n^2} - n$ при $x \in [0; 3]$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 1]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \ln \left(1 + \frac{x}{\sqrt{n^4 + x}} \right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2 + 2}{n^2 - 3} \right)^{n^3} \cdot \frac{(3x-2)^n}{n \cdot 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{n^n (x-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} (n+2) \cdot \left(\frac{x-2}{2} \right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_2^{\infty} \frac{e^{1/t} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (2-x-x^2)y'' + y = 0 \\ y(0) = -1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 316

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n-3)^2 \cdot \arcsin\left(\frac{\pi}{n^5}\right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^4 + 3 \cos^2 n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n+1) \cdot n!}{(2n-1)!!} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2-3}{2n^2+n}\right)^{n^3} \left(\frac{5}{4}\right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2+1)}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{n^4 + 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^4+n} \cdot \frac{n!}{3^{n^2}}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = n^2 x^4 e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 4nx + 5n^4}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^3-2n}{n^3+4}\right)^{n^3} \cdot \frac{(4x+1)^n}{n(-3)^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n^4+1}} \cdot \frac{4^n+n}{(3x-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n x^{2n+1}}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^2} - \cos t}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} y'' + (1-2x)y' - y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = -1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 317

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-1)(5n+4)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-3)^n}{6^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\cos \frac{1}{n} - 1 + \frac{2}{n^2} \right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n^3 + 5}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cdot (3n-2)!}{n!(n+1)!(n+2)!} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{3n+1}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{n^3} \left(\frac{5}{2}\right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+2)^4}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{-n^2}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^3+4n} \cdot \frac{5^n}{n!}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x+2n)}{\sqrt{x+n}}$ при $x \in [1; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 3]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(1 - \cos \frac{x}{n^2 + x}\right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{2}{n^2}\right)^{n^3} \cdot \frac{(2x+1)^n}{n^2 4^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n+2}} \cdot \frac{3^n}{n! (x^2-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot \left(\frac{x-1}{3}\right)^n$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^3} - 1}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 2xy' + 2y = 0 \\ y(0) = 1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 318

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)(5n+3)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n + 2^n}{6^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^3 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{n^4}\right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{n^3 + 2\sqrt{n+1}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n+1)! \cdot n!}{(5n-1)!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2-n}{3n^2+1}\right)^{n^3} \left(\frac{5}{4}\right)^{n+2}$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2+4)}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n!}{n! + 2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^4-n} \cdot \frac{2n+5}{3^n}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = (nx^2 + 2x)e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{x^2 + 2nx + 2n^3}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2-3n}{n^2+5}\right)^{n^3} \cdot \frac{(3x-1)^n}{n^3 5^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \frac{n^n (x^3-1)^n}{(2n+1)!!}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{(n+1)x^n}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^{1/2} \frac{1 - \cos(t^2)}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (1-x)y'' + 3xy' + 3y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = 1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 319

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-3)(5n+2)}$$

(b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + (-2)^n}{8^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\sqrt{n^5 + 1} - \sqrt{n^5 - n} \right)$$

(b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \left(\frac{n}{3^n} \right)$$

(c)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n+2}} \cdot \frac{(2n+3)!}{n!(n+2)!} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{2n-1}$$

(d)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{5}{n^2} \right)^{n^3} \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n+2)}$$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(2 + \frac{1}{n} \right)^{-n}$$

(b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^4+n} \cdot \frac{n!}{\sqrt{(2n+1)!}}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = \sqrt{x^2 + 4nx + n^2} - n$ при $x \in [0; 3]$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in [0; 1]$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \cdot \ln \left(1 + \frac{x}{\sqrt{n^4 + x}} \right)$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

(a)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2 + 2}{n^2 - 3} \right)^{n^3} \cdot \frac{(3x - 2)^n}{n \cdot 2^n}$$

(b)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n - 1}{n^n (x - 1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда:
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n + 2) \cdot \left(\frac{x - 2}{2} \right)^n$$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда:
$$I = \int_2^{\infty} \frac{e^{1/t} - 1}{t} dt$$

10. Задачу Коши $\begin{cases} (2 - x - x^2)y'' + y = 0 \\ y(0) = -1; y'(0) = 0 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .

Вариант № 320

1. Найти частичную сумму и сумму ряда как предел частичной суммы:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+1)(5n+6)}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n + 2}{6^n}$$

2. Исследовать на сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n^2}\right)$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n - \sqrt{n}}{n^4 + 1}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{(2n-1)!n!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-2}{n^2+2n}\right)^{n^3} \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

3. Исследовать на сходимость и оценить сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n^2+1)}$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{n+3^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^4+3n} \cdot \frac{4^n}{n!}$$

5. Исследовать на равномерную сходимость $f_n(x) = n^2 x^4 e^{-nx}$ при $x \in [0; +\infty)$.

6. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x \in R$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 4nx + 5n^4}$$

7. Найти область сходимости степенного ряда:

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^3-2n}{n^3+4}\right)^{n^3} \cdot \frac{(4x+1)^n}{n(-3)^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\frac{n}{n^4+1}} \cdot \frac{4^n+n}{(3x-1)^n}$$

8. Найти область сходимости и вычислить сумму степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n x^{2n+1}}$

9. Свести вычисление интеграла к суммированию числового ряда: $I = \int_0^1 \frac{e^{t^2} - \cos t}{t} dt$

10. Задачу Коши $\begin{cases} y'' + (1-2x)y' - y = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = -1 \end{cases}$ свести к рекурсивному вычислению коэффициентов степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \cdot x^n$. Вычислить первые $N = 7$ коэффициентов C_n .